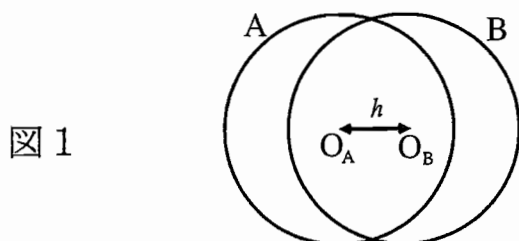


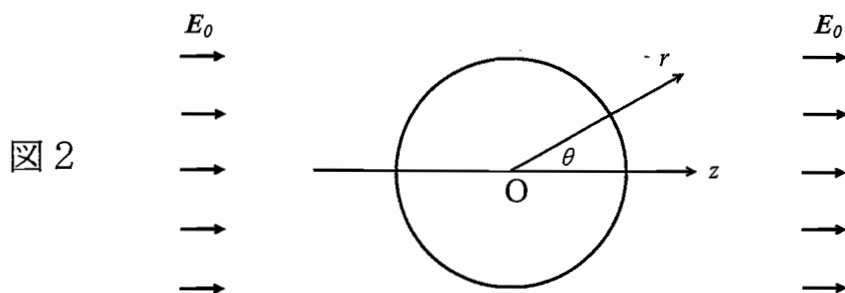
[1] 以下の各問いに答えよ。

- 1-1. 図1のように、 h だけ離れた半径 a の球状領域 A (中心 O_A), B (中心 O_B) を考える。
以下では O_A を原点とし、 $h/a \ll 1$ とする。また、誘電率はいたるところ ϵ_0 である。



- 1-1-1. 領域 A 内に電荷密度 $-\rho$ で電荷が一様に分布している場合、A 内外の電位 ϕ_- を求めよ。
- 1-1-2. 今度は、領域 B 内に電荷密度 ρ で電荷が一様に分布しているときの電位 ϕ を $\phi = \phi_+ + d\phi$ とし、 $d\phi$ を求めよ。ただし、 ϕ_+ は仮想的に O_B が O_A にあるとしたときの電位である。また、 h に関する高次の微小量は無視してよい。
- 1-1-3. 以上の設問を参考に、球状領域内に微小な電気双極子が一様に分布しているときの領域内外の電場 E を求めよ。ただし、単位体積当たりの電気双極子モーメントを P とする。

- 1-2. 図2のように、一様電場 E_0 の空間 (誘電率 ϵ_0) に半径 a , 誘電率 ϵ の球状誘電体を置いたときの誘電体内外の電場を求めたい。



- 1-2-1. 誘電体内部の電場はどのように予想されるか、図示し説明せよ。
- 1-2-2. $r \rightarrow \infty$ における電位を求めよ。
- 1-2-3. 誘電体内外における電位 ϕ は以下の方程式を満たす。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\phi) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \phi \right) = 0$$

ルジャンドル関数 $P_\ell(\cos \theta)$ を用いて誘電体内外における電位を表せ。

- 1-2-4. $r = a$ における電場 E , 電気変位 (電束密度) D に関する境界条件を求めよ。
- 1-2-5. 誘電体内外における電場を求めよ。

[2]

2-1. 原子の波動関数についての次の設問に答えなさい。

2-1-1. 水素原子の1s軌道と2s軌道の波動関数の原子核からの距離に対する動径関数を、それらの相対的な関係がわかるように図示しなさい。

2-1-2. 水素様原子では主量子数が等しければ、その他の量子数が異なっても、それらの原子軌道は同じエネルギー準位を持つ。一方、多電子原子では同じ主量子数でも、方位量子数で異なるエネルギー準位を持っている。主量子数 $n=2$ の原子軌道について、このようにエネルギー準位が異なる理由を、図を用いて説明しなさい。

2-2. BH_3 分子についての次の設問に答えなさい。

2-2-1. VSEPR (原子価電子対反発) 理論を用いて、この分子の形を導き、そのようになる理由を説明し、図示しなさい。

2-2-2. この分子の基準振動の個数を答えなさい。また各振動モードの振動の様式を図を用いて示しなさい。

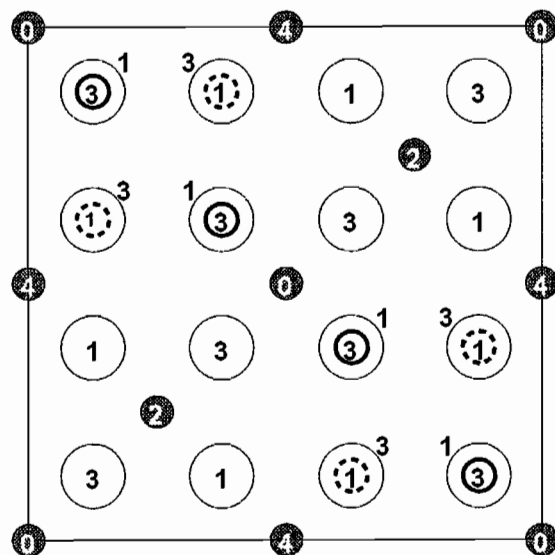
2-3. 化学式 AB_2X_4 のスピネル型結晶構造 (右図) についての次の設問に答えなさい。

2-3-1. 図の大円は上記の化学式の X 原子を表している。その配列の特徴を2行以内で述べよ。

2-3-2. Mg と Al のイオン半径の違いとその理由を答えなさい。また、鉱物名スピネルである MgAl_2O_4 について、この構造におけるそれらのイオンの配位数を答えなさい。

2-3-3. 磁鉄鉱 (マグネタイト) はスピネル型構造を有している。 MgAl_2O_4 と対比させて、イオンの種類と配位数を示しなさい。

2-3-4. スピネル型結晶構造を持つ化合物は極めて多様で、様々な元素の組み合わせがある。このことはこの構造型の持っている幾何学的自由度によるものである。スピネル構造の自由度について、4行以内で説明しなさい。図を用いてもよい。



スピネル型結晶構造の図。図中の数字は紙面に垂直方向の座標を表し、単位格子の $1/8$ を単位としている。縦と横方向は単位格子の全て、高さ方向についてはその 0 から $1/2$ のみを表示している。大円は X、中円は B、小円は A を示し、破線の円は、他の原子の下にあることを示す。

2-4. 次の用語をそれぞれ2行程度で説明しなさい。図を用いてもよい。

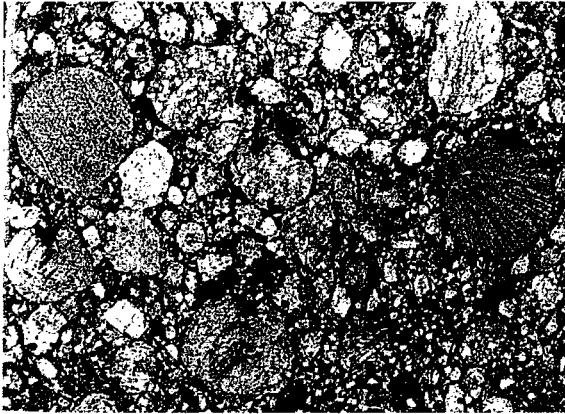
2-4-1. ボーア半径

2-4-2. 電子親和力

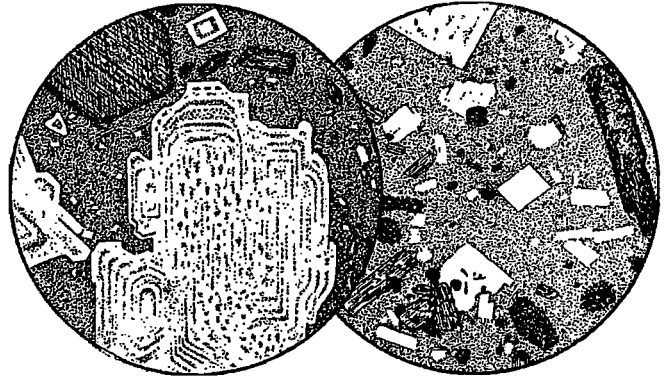
2-4-3. 原子価結合法

2-4-4. 逆格子

[3] 図一1、図一2について以下の設問に答えなさい。



(図・1) L3コンドライト 横幅2mm ニコル



(図・2) 角閃石安山岩 幅(左:1mm、右:4mm) ニコル

3-1-1. 隕石の分類に関する以下の文章の「カッコ内」を、下に示す該当番号の(カッコ)内から選んだ言葉を入れて完成しなさい。

隕石は石質隕石、鉄隕石、**1**隕石に分類される。石質隕石はさらに、コンドライト隕石と**2**コンドライト隕石に2分される。コンドライト隕石は**3**還元状態の違いにより、E-コンドライト、**4**-コンドライト、C-コンドライトに分類される。コンドライト隕石はまた、その岩石組織により、タイプ1~タイプ**5**に細分される。コンドライト隕石にはコンドリュールと呼ばれる**6**状の物体が含まれる。またコンドライト隕石には、シリケート鉱物以外に、**7**合金や**8**などが含まれ、その全岩組成は**9**大気の化学組成に類似していることから、**10**隕石とも呼ばれる。

1 (銅、金属、石鉄、鉄石)、2 (ア、イ、ウ、エ)、3 (酸化、回収、水酸化、塩基)、4 (O、M、Z、Y)、5 (6、8、10、12)、6 (円、球、サイコロ、うろこ)、7 (Al-Fe、Fe-Ni、Nd-Sm、U-Pb)、8 (カンラン石、FeS、ボーキサイト、斜長石)、9 (太陽、水星、金星、火星)、10 (複合的、未分化、独創的、創造的)

3-1-2. コンドライト隕石(図・1)は、火成岩、変成岩、堆積岩としての特徴を兼ね備えている。コンドライト隕石を火成岩、変成岩、堆積岩として見た場合の特徴をそれぞれ3行以内で説明せよ。

3-1-3. 多くのコンドライト隕石ではシリケート鉱物、硫化物、金属鉄が同一岩石中に見られる。これに対して、地球の岩石ではこれら3種類の鉱物が共存することは極めてまれである。このような違いが生ずる理由を5行以内で説明せよ。

3-1-4. 図一1のコンドライト隕石の形成年代を知るのに適した年代測定法をひとつ挙げ、年代測定法の原理およびどのような年代測定結果が得られると予想されるかを5行以内で説明せよ。必要に応じて図を用いても良い。

3-2-1. 角閃石安山岩（図一2）に関する以下の説明文から誤りを3箇所見つけ、誤っている言葉とその理由を解答用紙に各2行以内で記せ。

角閃石安山岩は中央海嶺で頻繁に見られる火成岩である。図一2(左)の黒い輪郭の鉱物が角閃石で、120度のへき開がその特徴である。図一2(左)の複雑な壘帯組織を持つ鉱物は石英である。図一2(右)では角閃石の一部がオパサイト化して細粒不透明鉱物に変化している。角閃石安山岩の石基は、同程度の冷却速度で固化した玄武岩に比べて一般に細粒であり、石基に含まれるガラスの量も多い。角閃石は含水鉱物の一種であり、一般にカンラン石より高温でマグマから結晶化する。

3-2-2. 図一2の角閃石安山岩は概ね0.1~1mmの自形(鉱物固有の特徴的な外形)斑晶と、石基(大部分が0.01mm以下の細粒鉱物およびガラス)でできている。斑晶および石基鉱物はそれぞれどのような場所でいかなる条件下で結晶化したと考えられるか。斑晶および石基鉱物について各2行以内で説明せよ。

3-2-3. 図一2の角閃石安山岩は斑晶(30体積%)と石基(70体積%)からなる。 H_2O を含まない(ただし水以外は同一化学組成の)マグマが同じく30%の斑晶鉱物を含む時、含まれる斑晶鉱物を予想せよ。量の多い斑晶鉱物3種類を予想し、鉱物名と組成式で回答せよ。さらに、推定の根拠について3行以内で説明せよ。

3-2-4. あるマグマから結晶化する鉱物が角閃石のみの場合、角閃石がそれぞれ10wt%、20wt%、30wt%結晶化した後の、マグマ(メルト)中の以下4種の成分の濃度を計算し、結晶化程度と各成分の濃度変化の関係をグラフに描け。根拠となる計算式も解答用紙に記入すること。ただし、各成分のマグマ中の初期濃度はそれぞれ $MgO=5wt\%$ 、 $FeO=10wt\%$ 、 $Na_2O=3wt\%$ 、 $K_2O=0.5wt\%$ とし、角閃石とメルト間の成分iの元素分配係数を成分iの重量wt%比、 $D_i=(X_i \text{ 角閃石})/(X_i \text{ メルト})$ 、で定義する。 D_i の値をそれぞれ、 $D(MgO)=10$ 、 $D(FeO)=2$ 、 $D(Na_2O)=1$ 、 $D(K_2O)=0.1$ と仮定せよ。

[4]

4-1. 3次元直交座標系においてベクトル場 $\mathbf{f}$ を考える。

4-1-1. 原点 O から点 P までのある経路 $C(O \rightarrow P)$ に沿った $\mathbf{f}$ に関する線積分を $\varphi = - \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{s}$ とする。 $\text{rot } \mathbf{f} = \mathbf{0}$ のとき、 φ は C のとり方によらず一定であることを示せ。ここで、 $d\mathbf{s}$ は C に沿った線素とする。

4-1-2. 上問のベクトル場 $\mathbf{f}$ について、 $\mathbf{f} = -\text{grad } \varphi$ となることを示せ。

4-1-3. 上問で $\text{div } \mathbf{f} = 0$ のとき、 $\nabla^2 \varphi = 0$ となることを示せ。

4-1-4. 上問の $\mathbf{f}$, φ について、 $\varphi = \text{一定}$ の曲面の接平面とその接点におけるベクトル $\mathbf{f}$ は直交することを示せ。このことから、 $\mathbf{f}$ は $\varphi = \text{一定}$ の曲面の法線ベクトルと平行であることがわかる。

4-2. 設問 4-1 について、 $x-y$ 平面上の 2 次元ベクトル $\mathbf{f}$ とそれに対応する $\varphi(x, y)$ を考える。

4-2-1. スカラー関数 $\psi(x, y)$ が次式を満足するとき、 $\psi = \text{一定}$ の曲線と $\varphi = \text{一定}$ の曲線は直交することを示せ。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad [1]$$

このことから、 $\psi = \text{一定}$ の曲線の接線は $\mathbf{f}$ の方向を与えることがわかる。この性質に基づき、 $\psi = \text{一定}$ の曲線をベクトル線、 $\varphi = \text{一定}$ の曲線を等ポテンシャル線とよぶ。

4-2-2. $z = x + iy$ ($i^2 = -1$) の複素平面で、 $w(z) = \varphi + i\psi$ という複素関数を考える。 $w(z) = z^2$ のとき、 φ, ψ をそれぞれ x, y で表せ。

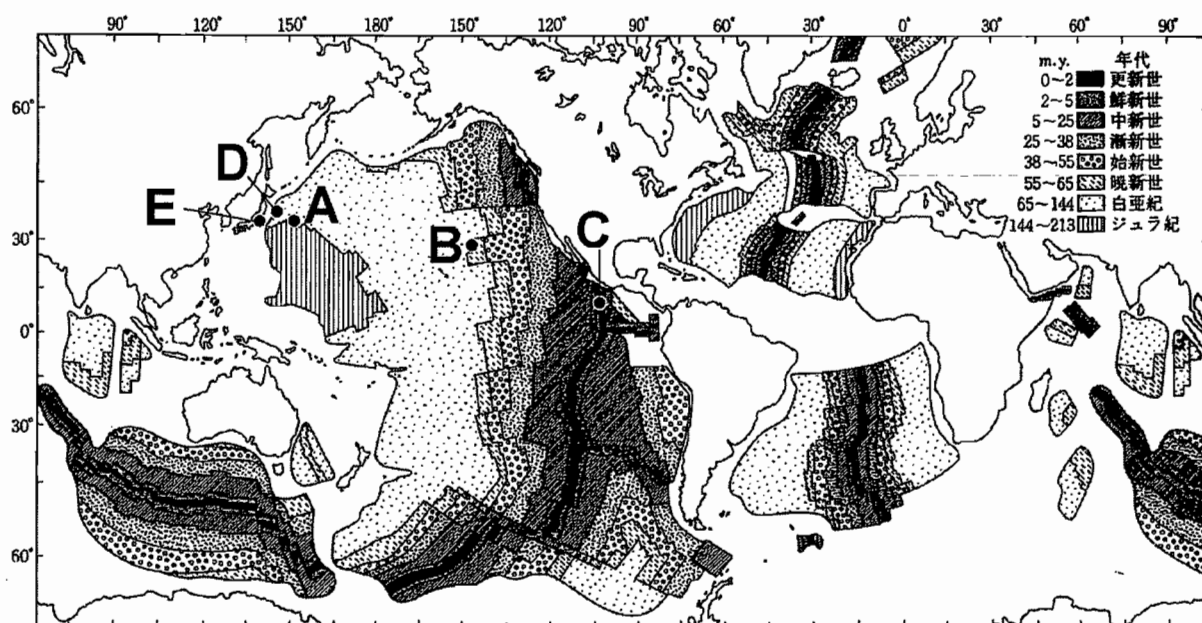
4-2-3. 設問 4-2-2 の等ポテンシャル線をその特徴がわかるように図示せよ。特に、 $\varphi = 0$ を満足する等ポテンシャル線を明示すること。

4-2-4. 設問 4-2-2 で、点 $(\pm a, 0)$ を通る等ポテンシャル線上で $\varphi = c_0$ 、点 $(0, \pm a)$ を通る等ポテンシャル線上で $\varphi = -c_0$ が成り立つとする (a, c_0 は正の実定数)。これらの等ポテンシャル線に囲まれた領域について、ベクトル場 $\mathbf{f}$ をその特徴がわかるように図示せよ。なお、矢印などを使ってベクトルの方向を明示すること。

4-3. 2次元平面で極座標系 (r, θ) を考える。 $\theta = \pm \frac{\pi}{2n}$ (n は正整数、 $n \geq 2$) においてポテンシャルが 0 となるような等ポテンシャル線とそのベクトル線を、それらの特徴がわかるように図示せよ。ただし、 $-\frac{\pi}{2n} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2n}$ の領域だけでよい。

- 〔5〕 海洋底の年代分布を図1に示す。これを参照しつつ以下の問いに答えなさい。
図2と図3は解答用紙と一緒に配布してある。

- 5-1. 地点Aのプレートの形成年代はいつか？
- 5-2. 地点Aを掘削すると図2Aの地質柱状図が得られた。この掘削試料の最下位の玄武岩は角閃石や緑泥石などの変成鉱物を生じている。角閃石のK-Ar年代を測定すると、約140Maの値が得られた。この変成作用が起きた造構場はA,B,C,Dのうちのどこか？
- 5-3. 地点Cを掘削すると図2Cの地質柱状図が得られた。Cでは何故深海堆積物が存在しないのか？また地点Cで起きている地質現象を2つ挙げなさい。
- 5-4. 地点Dの地質柱状図を図2に完成させなさい。
- 5-5. 地点A、B、C、D、Eを含む地質断面図を図3に描きなさい。断面図の深度は200kmまでとする。
- 5-6. 日本海溝の外側では南北走向の無数の正断層が発達している。その原因を推定しなさい。
- 5-7. 日本海溝から陸側プレートの下側に沈み込む海洋プレートは沈み込みと共に、どのような変化を辿るだろうか？ 次の語句を使って説明しなさい。地震、流体、脱水分解反応、変成作用、移動、付加体、マグマ、二重深発地震面。
- 5-8. 地点Eのジュラ紀付加帯から復元された地質柱状図は図2Eに示されている。この付加体を作ったプレートの年齢を答えなさい。また、そのプレートが現在の太平洋の海底にない理由を述べよ。
- 5-9. 海洋プレートの沈み込みは、マントル中の主要鉱物の相転移や分解反応によって影響を受ける。深さ660km付近で起こるマントルの主要鉱物の変化を記し、またそれが沈み込みにどう影響するか、図を使って詳しく説明しなさい。
- 5-10. 全地球規模で、マントル遷移層深度での地震波の高速度異常の広がりを調べると、西太平洋地域からインドネシア、チベットにかけてのマントルに高速度異常が集中している。その原因は何かについて、海溝の世界分布を参考にして推定しなさい。



[6] 実数 x の関数であり複素数の値を持つ複素関数 $\psi(x)$ に対する次の微分方程式を考える。

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \{E - V(x)\} \psi = 0 \quad (1)$$

ただし、 $\hbar$ と m は正の実数定数、 $V(x)$ は実数の値を持つ x の関数、 E は実数のパラメータである。

微分方程式 (1) が与えられた境界条件の下で $\psi(x) = 0$ 以外の解をもつとき、その解を固有関数とよび、この固有関数が存在するようなパラメータ E の値をその固有関数に対する固有値という。

以下の問に答えよ。

6-1. 領域 $0 \leq x \leq a$ (a は正の実数定数) において微分方程式 (1) が成り立っているとする。さらに、

・この領域において $V(x) = 0$

・ $x = 0$ および $x = a$ において $\psi(x) = 0$

であるとする。

6-1-1. 固有値と固有関数を求めよ。

6-1-2. 固有値は複数存在する。任意の 2 つの固有値 $E_1, E_2 (E_1 \neq E_2)$ に対応する固有関数をそれぞれ ψ_1, ψ_2 とするとき、

$$\int_0^a \psi_1^*(x) \psi_2(x) dx = 0$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\psi_1^*(x)$ は $\psi_1(x)$ の複素共役である。

6-2. 領域 $-\infty < x < \infty$ において微分方程式 (1) が成り立っているとする。さらに、

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

であるとする。ただし、 ω は正の実数定数である。

n を 0 以上の整数とする。 x の n 次のエルミート多項式 $H_n(x)$ は次の微分方程式を満たす。

$$\frac{d^2 H_n}{dx^2} - 2x \frac{dH_n}{dx} + 2nH_n = 0 \quad (2)$$

次数の低いいくつかのエルミート多項式の具体的表式は次の通りである。

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

6-2-1. 変数 x を変数変換し $\xi = (m\omega/\hbar)^{1/2} x$ とすることにより、微分方程式 (1) の固有関数 ψ_n と固有値 E_n が次のように書けることを示せ。ただし、 $n = 0, 1, 2, \dots$ とする。

$$\psi_n(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi)$$

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

6-2-2. エルミート多項式 $H_n(\xi)$ に対する演算子 $L[H_n]$ を、次のように定義する。

$$L[H_n] = \frac{d}{d\xi} \left(e^{-\xi^2} \frac{dH_n}{d\xi} \right) + 2n e^{-\xi^2} H_n$$

エルミート多項式 $H_n(\xi)$ は、次の微分方程式を満たすことを示せ。

$$L[H_n] = 0 \quad (3)$$

6-2-3. m を 0 以上の整数とし、積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} (H_m L[H_n] - H_n L[H_m]) d\xi$$

を考えることにより、 $m \neq n$ のとき、次の関係が成り立つことを示せ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_m(\xi) \psi_n(\xi) d\xi = 0$$

6-3. 二つの複素関数 $\phi(x)$ と $\psi(x)$ の内積を次のように定義する。

$$(\phi, \psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi^*(x) \psi(x) dx$$

ただし、 $\phi^*(x)$ は関数 $\phi(x)$ の複素共役である。

また、関数 $\psi(x)$ は $(\psi(x), \psi(x)) = 1$ を満たすものとし、さらに $x \rightarrow \pm\infty$ のとき、

$$\psi^*(x) \cdot x \cdot \psi(x) \rightarrow 0, \quad \psi^*(x) \cdot \frac{d\psi}{dx} \rightarrow 0$$

であるとする。

6-3-1. 実数 λ の関数 $I(\lambda)$ を次のように定義する。

$$I(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| x\psi + \lambda\hbar \frac{d\psi}{dx} \right|^2 dx$$

このとき、 $I(\lambda)$ が次のように表せることを示せ。

$$I(\lambda) = (\psi, x^2\psi) - \lambda\hbar - \lambda^2\hbar^2 \left(\psi, \frac{d^2\psi}{dx^2} \right)$$

6-3-2. 関数 $I(\lambda)$ の被積分関数は非負であるから、どんな実数 λ に対しても $I(\lambda) \geq 0$ である。このことから、

$$\langle x^2 \rangle \langle p^2 \rangle \geq \frac{1}{4} \hbar^2$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\langle x^2 \rangle$, $\langle p^2 \rangle$ は次のように定義され、 i は虚数単位である。

$$\langle x^2 \rangle = (\psi, x^2\psi), \quad \langle p^2 \rangle = \left(\psi, \left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right)^2 \psi \right)$$

6-3-3. $\langle x \rangle$ と $\langle p \rangle$ をそれぞれ次のように定義する。

$$\langle x \rangle = (\psi, x\psi), \quad \langle p \rangle = \left(\psi, \left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right) \psi \right)$$

また、 Δx と Δp をそれぞれ次のように定義する。

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad \Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$$

さらに、実数 λ の関数 $J(\lambda)$ を次のように定義する。

$$J(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| (x - \langle x \rangle) \psi + \lambda i \left(-i\hbar \frac{d}{dx} - \langle p \rangle \right) \psi \right|^2 dx$$

このとき、次の関係が成り立つことを示せ。

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{1}{2} \hbar$$

[7]

7-1. 次の文章を読んで以下の問いに答えよ。

原子は陽子と中性子からなる原子核、および原子核をとりまく〔ア〕で構成されている。原子が持つ陽子の数を Z 、中性子の数を N としたとき、 $Z+N$ を〔イ〕と呼び、 A で表す。また、陽子と中性子の数により一意的に決定される原子の種類のことを〔ウ〕と呼び、 ${}^A_Z\text{E}$ で表す。ただし通常 Z は省略され、 ${}^A\text{E}$ とかかれることが多い。原子番号は異なるが等しい A を持つ場合、〔エ〕の関係にあるという。一方、同位体とは、同じ陽子数（原子番号）を持つが中性子数が異なるような関係のことである。同位体は等しい原子番号を持つため、その〔オ〕は基本的に同じか極めて近い。しかし、〔1〕質量が異なることが原因で、地球や宇宙空間で生じる種々の物理化学的過程を通じ、物質が本来持つ同位体組成が変化することがある。この現象を〔カ〕とよぶ。地球化学では、ある元素の同位体組成を同位体の存在比、すなわち同位体比で表現する（例えば $^{13}\text{C}/^{12}\text{C}$ 、 $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ など）。試料の同位体比は絶対値で表されることもあるが、〔2〕各元素について定めた基準物質が持つ同位体比からのずれとして、相対値で表した方が便利なのも多い。

7-1-1. 上記文章の〔ア〕から〔カ〕に入る適切な語句を答えよ。

7-1-2. 下線部〔1〕の現象が天然において生じている例を一つあげよ（3行以内）。

7-1-3. 下線部〔2〕の理由を5行以内で述べよ。

7-1-4. 試料 X におけるある元素の同位体比を R_X 、試料 Y の同位体比を R_Y 、基準物質 S の同位体比を R_S としたとき、相対値 δ_X および δ_Y を次のように千分率（単位 ‰）で定義する。

$$\delta_X = \left(\frac{R_X}{R_S} - 1 \right) \times 10^3 \quad (\text{‰}), \quad \delta_Y = \left(\frac{R_Y}{R_S} - 1 \right) \times 10^3 \quad (\text{‰})$$

- (1) $\alpha_{X-Y} = R_X/R_Y$ としたとき、 α_{X-Y} を δ_X および δ_Y を用いて表せ。
- (2) δ_X および δ_Y が十分小さいとき、 $10^3 \cdot \ln \alpha_{X-Y} \approx \delta_X - \delta_Y$ という近似が成り立つことを示せ。計算の過程も示すこと。

7-2. マグネシウムは ^{24}Mg , ^{25}Mg , ^{26}Mg という 3 つの安定同位体を持つ。ある天然試料 P を質量分析計で測定したところ、 $^{24}\text{Mg}/^{25}\text{Mg} = 8.00$, $^{26}\text{Mg}/^{25}\text{Mg} = 1.00$ であり、その Mg 濃度は C_P であった。一方、(ア) ある方法で ^{26}Mg を濃縮した試料 Q は $^{24}\text{Mg}/^{25}\text{Mg} = 9.00$, $^{26}\text{Mg}/^{25}\text{Mg} = 90.0$ であり、その Mg 濃度は C_Q である。

7-2-1. 試料 P および Q における Mg の原子量をそれぞれ有効数字 3 桁で求めよ。ただし ^{24}Mg , ^{25}Mg , ^{26}Mg の同位体質量をそれぞれ 24.0, 25.0, 26.0 とする。

7-2-2. 試料 P と試料 Q を適量混合し、 $^{26}\text{Mg}/^{25}\text{Mg} = 4.00$ となるように調整したい。試料 P が W_P グラムあるとき、試料 Q を何グラム加えればよいか答えよ。計算の過程も示すこと。

7-2-3. 下線部 (ア) のように、ある特定の同位体のみを天然試料から濃縮するにはどのような手法があると考えられるか。簡潔に述べよ。

7-2-4. ルビジウムの標準原子量は 85.4678 であるのに対し、ストロンチウムの標準原子量は 87.62 と有効数字が 2 桁少ない。この原因として考えられることを 5 行以内で述べよ。なお、標準原子量とは、地球起源の代表的な物質における各元素の原子量について、IUPAC (国際純正応用化学連合) が定期的に公表している値のことである。

7-3. 太陽系の元素存在度を推定する手段の一つとして、始原的隕石である CI コンドライトの元素組成を詳細に調べる方法がある。

7-3-1. このことについて、CI コンドライトを用いることが妥当とされている理由を 5 行以内で述べよ。

7-3-2. CI コンドライトの元素組成を高精度で測定するための機器分析法にはどのようなものがあるか。ひとつの例を挙げ、その分析法の原理と分析対象となる元素について述べよ (5 行以内)。

7-3-3. エコンドライト (またはエイコンドライト) に属するシャーゴッタイトから太陽系の元素存在度は推定できない。その理由を簡潔に述べよ。

7-3-4. CI コンドライトの元素組成から太陽系の元素存在度を求めることにはいくつかの問題点もある。その問題点について 5 行以内で論ぜよ。

[8]

8-1. 質量を無視できる人工衛星が、質量 M で半径 R の地球の地表すれすれを円軌道で回っているとする。簡単のため地球は球対称とし、空気抵抗は無視できるとする。人工衛星に働く力の釣合いを書き下し、人工衛星が $1/4$ 周する時間を求めよ。

8-2. 地球の中心を通る直線の穴を開けたとする。人工衛星を止めて地球に対する速度ゼロで表面から自由落下させて地球中心に達するまでの時間を求める。人工衛星が穴を通っているときの抵抗や摩擦は無視する。まずは、地球の内部密度 ρ が一定の場合を考える。以下の問に答えよ。

8-2-1. 中心からの距離 r' 、厚み dr' 、密度 ρ の球殻が中心からの距離 r の場所にする重力ポテンシャルを求めよ。ここで、「球対称の密度分布から受ける重力は、自身よりも内側にある全質量を中心に集めた時にうける力に等しい」ということは、証明なしに使ってよい。

8-2-2. 地球の中心からの距離が r ($r \leq R$) の場所における重力ポテンシャルを求めよ。

8-2-3. 中心から人工衛星までの距離を r として、 r の時間変化を r の関数として書き下せ。

8-2-4. 8-2-1. で求めた式を R から 0 まで積分して、表面から地球中心に達する時間を求めよ。

8-2-5. 運動中のほとんどの時間で $r \ll R$ が成り立つという近似のもとに 2-3. の式を積分して、表面から地球中心に達する時間の近似解を求めよ。

8-3. 上記 8-2. と同じように穴の中に人工衛星を落す。今度は、極端な場合として、地球の全質量が中心に集中している場合を考える。

8-3-1. 8-2-3. と同様に、 r の時間変化を r の関数として書き下せ。

8-3-2. 8-3-1. で求めた式を積分して、表面から地球中心に達する時間を求めるための準備として、

$$\int \frac{dy}{y^2 + 1} = \arctan y \quad (1)$$

を示し、変数変換により次式が成り立つことを示せ。

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} = 2 \arctan \sqrt{x-1} \quad (2)$$

8-3-3. 次に

$$\frac{1}{x^2\sqrt{x-1}} = \frac{1}{x\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x-1}}{x^2} \quad (3)$$

であることを示した上で、次式を示せ。

$$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \int \frac{dx}{2x\sqrt{x-1}} \quad (4)$$

8-3-4. 8-3-2., 8-3-3. の結果から

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^2\sqrt{x-1}} = \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

であることを示せ。

8-3-5. 8-3-4. の結果を使い、8-3-1. で求めた式を R から 0 まで積分して、表面から地球中心に達する時間を求めよ。

8-3-6. 運動中のほとんどの時間で $r \ll R$ が成り立つという近似のもとに 8-3-1. の式を積分して、表面から地球中心に達する時間の近似解を求めよ。

[1] 和文を英訳せよ。

1-1. 1645 年から 1715 年までの小氷期 (the Little Ice Age) には、太陽の黒点 (sunspot) 数が非常に少なかったことから、太陽からのエネルギー出力が減少していたと考えられている。(10 点)

1-2. マウンダーミニマム (Maunder minimum) として知られているこの時期に、当時の天文学者は、30 年間に黒点が 50 個しか観測できなかった。これは通常の数の 1000 分の 1 程度にしかない。(10 点)

1-3. 1600 年代半ばから、1700 年代初めにかけては、北半球の地表の温度が、過去 1000 年間で最低に近い値になった。(10 点)

参考出典 <http://www.gsfc.nasa.gov/topstory/20011207iceage.html>

[2] 以下の英文を読んで設問に答えよ。

Scientists have made the surprising finding that typhoons trigger slow earthquakes, at least in eastern Taiwan. (ア) Slow earthquakes are non-violent fault slippage events that take hours or days instead of a few brutal seconds to minutes to release their potent energy. The researchers discuss their data in a study published in Nature.

“From 2002 to 2007 we monitored deformation in eastern Taiwan using three highly sensitive borehole^(注) strainmeters installed 650 to 870 feet (200-270 meters) deep. (イ) These devices detect otherwise imperceptible movements and distortions of rock,” explained coauthor Selwyn Sacks of Carnegie’s Department of Terrestrial Magnetism. “We also measured atmospheric pressure changes, because they usually produce proportional changes in strain, which we can then remove.” (注：ボーリング坑)

Taiwan has frequent typhoons in the second half of each year but is typhoon free during the first 4 months. During the five-year study period, the researchers, including lead author Chiching Liu (Academia Sinica, Taiwan), identified 20 slow earthquakes that each lasted from hours to more than a day. The scientists did not detect any slow events during the typhoon-free season. Eleven of the 20 slow earthquakes coincided with typhoons. Those 11 were also stronger and characterized by more complex waveforms than the other slow events.

“(ウ)These data are unequivocal in identifying typhoons as triggers of these slow quakes. The probability that they coincide by chance is vanishingly small,” remarked coauthor Alan Linde, also of Carnegie.

How does the low pressure trigger the slow quakes? (エ) The typhoon reduces atmospheric pressure on land in this region, but does not affect conditions at the ocean bottom, because water moves into the area and equalizes pressure. The reduction in pressure above one side of an obliquely dipping fault tends to unclamp it. “This fault experiences more or less constant strain and stress buildup,” said Linde. “If it’s close to failure^(注), the small perturbation due to the low pressure of the typhoon can push it over the failure limit; if there is no typhoon, stress will continue to accumulate until it fails without the need for a trigger.” (注：地震破壊)

“(オ) It’s surprising that this area of the globe has had no great earthquakes and relatively few large earthquakes,” Linde remarked. “By comparison, the Nankai Trough in southwestern Japan, has a plate convergence rate about 4 centimeters per year, and this causes a magnitude 8 earthquake every 100 to 150 years. But the activity in eastern Taiwan comes from the convergence of same two plates, and there the Philippine Sea Plate pushes against the Eurasian Plate at a rate twice that for Nankai.”

The researchers speculate that the reason devastating earthquakes are rare in eastern Taiwan is because the slow quakes act as valves, releasing the stress frequently along a small section of the fault, eliminating the situation where a long segment sustains continuous high stresses until it ruptures in a single great earthquake. The group is now expanding their instrumentation and monitoring for this research.

(出典：米国カーネギー研究所 web ページ)

- 2-1. 下線部 (ア) を和訳せよ。(10点)
- 2-2. 下線部 (イ) を和訳せよ。(10点)
- 2-3. 下線部 (ウ) を、they の指すものを明示しつつ、和訳せよ。(10点)
- 2-4. 下線部 (エ) を和訳せよ。(10点)
- 2-5. 下線部 (オ) のような驚くべき事実はどのような機構で説明できると推定されているか？(20点)
- 2-6. 台湾においてプレートフィリッピン海プレートとユーラシアプレートの相対速度は年間何 cm 程度か？ また文中からその根拠を示せ。(10点)

[1] 和文を英訳せよ。

1-1. 1645 年から 1715 年までの小氷期 (the Little Ice Age) には、太陽の黒点 (sunspot) 数が非常に少なかったことから、太陽からのエネルギー出力が減少していたと考えられている。(10 点)

1-2. マウンダーミニマム (Maunder minimum) として知られているこの時期に、当時の天文学者は、30 年間に黒点が 50 個しか観測できなかった。これは通常の数 1000 分の 1 程度にしかない。(10 点)

1-3. 1600 年代半ばから、1700 年代初めにかけては、北半球の地表の温度が、過去 1000 年間で最低に近い値になった。(10 点)

参考出典 <http://www.gsfc.nasa.gov/topstory/20011207iceage.html>

[2] 以下の英文を読んで設問に答えよ。

Scientists have made the surprising finding that typhoons trigger slow earthquakes, at least in eastern Taiwan. (ア) Slow earthquakes are non-violent fault slippage events that take hours or days instead of a few brutal seconds to minutes to release their potent energy. The researchers discuss their data in a study published in Nature.

“From 2002 to 2007 we monitored deformation in eastern Taiwan using three highly sensitive borehole^(注) strainmeters installed 650 to 870 feet (200-270 meters) deep. (イ) These devices detect otherwise imperceptible movements and distortions of rock.” explained coauthor Selwyn Sacks of Carnegie’s Department of Terrestrial Magnetism. “We also measured atmospheric pressure changes, because they usually produce proportional changes in strain, which we can then remove.” (注：ボーリング坑)

Taiwan has frequent typhoons in the second half of each year but is typhoon free during the first 4 months. During the five-year study period, the researchers, including lead author Chiching Liu (Academia Sinica, Taiwan), identified 20 slow earthquakes that each lasted from hours to more than a day. The scientists did not detect any slow events during the typhoon-free season. Eleven of the 20 slow earthquakes coincided with typhoons. Those 11 were also stronger and characterized by more complex waveforms than the other slow events.